

Důkazy – procvičování

- 1) Dokažte, že platí: Pro každou trojici přímek a, b, c platí $(a \parallel b \wedge b \parallel c) \Rightarrow a \parallel c$.
- 2) Je dána kružnice k s průměrem AB . Dokažte, že platí: Je-li X libovolný bod kružnice k , který je různý od bodů A, B , potom je úhel AXB pravý.
- 3) Dokažte, že platí: $\forall a, b \in \mathbb{N}: a|b \Rightarrow a|b^2$.
- 4) Dokažte, že platí: $\forall n \in \mathbb{N}: 3 \nmid n \Rightarrow 9 \nmid n^2$.
- 5) Dokažte Pythagorovu větu.
- 6) Dokažte, že platí: $\forall n \in \mathbb{N}: 3|n^2 \Rightarrow 3|n$.
- 7) Dokažte bez numerických výpočtů, že platí: $3 + \sqrt{2} > \sqrt{19}$.
- 8) Dokažte, že součin pěti libovolných za sebou následujících přirozených čísel je dělitelný 120.
- 9) Dokažte, že součin každých pěti (sedmi) za sebou následujících přirozených čísel je dělitelný pěti (sedmi).
- 10) Od libovolného trojciferného přirozeného čísla odečteme poslední číslici, dvojnásobek předposlední číslice a čtyřnásobek první číslice. Dokažte, že takto vzniklé číslo je dělitelné osmi. (Využijte rozvinutý zápis čísla.)
- 11) Dokažte, že rozdíl druhých mocnin každých dvou za sebou následujících lichých přirozených čísel je dělitelný číslem 8. Rozdíl utvořte tak, že od většího čísla odečtete číslo menší.
- 12) Dokažte, že $\forall n \in \mathbb{N}$ platí:
 - a) $4|(n^4 - n^2)$
 - b) $12|(n^5 - n^3)$